

Среднелогарифмический напор (LMTD): вывод и расчёт

теория теплообмена · формулы и вывод

Вывод формулы среднелогарифмического напора LMTD из уравнения теплопередачи, разбор знаков, числовой пример и поправка F для сложных схем.

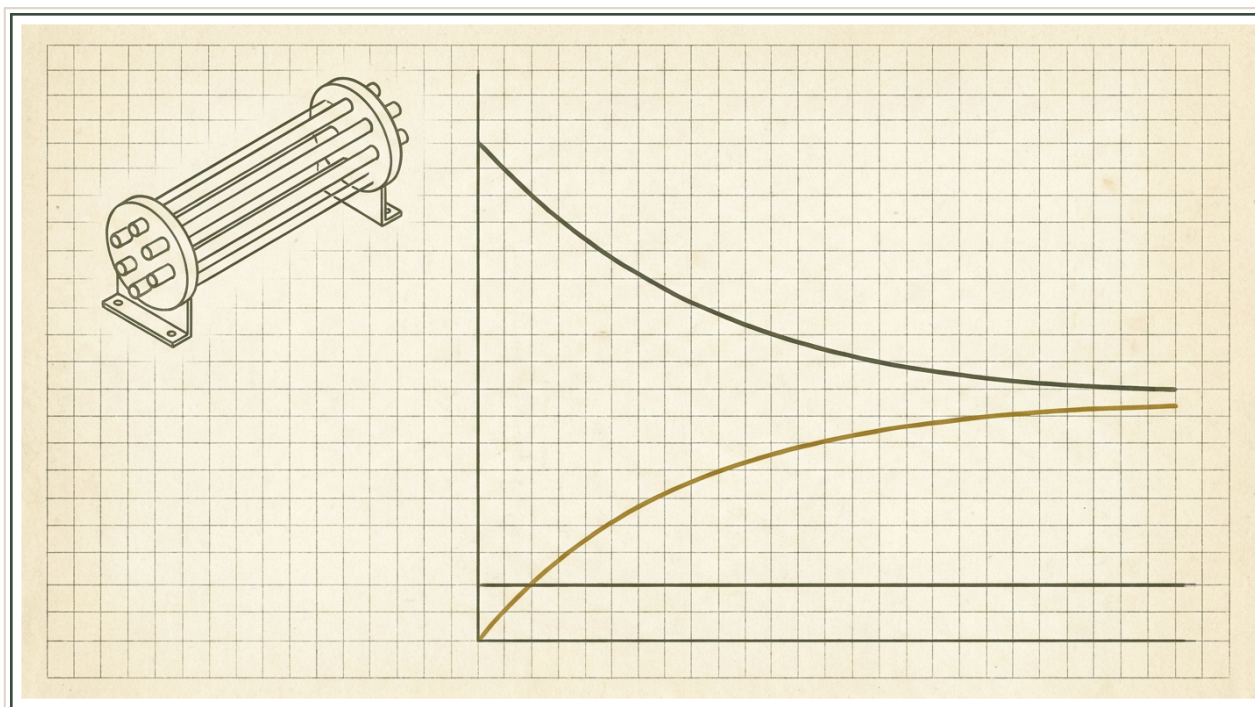


График изменения температур сред вдоль аппарата и площадь, усредняемая напором LMTD

Почему в расчёте теплообменника берут не среднее арифметическое температур, а логарифм? Потому что температурный напор вдоль аппарата меняется нелинейно: у входа горячего теплоносителя он большой, у выхода — маленький, и убывает по экспоненте. Среднелогарифмический напор LMTD — это честное усреднение такой кривой. Ниже — вывод формулы из первых принципов и её применение.

Коротко

$LMTD = (\Delta t_b - \Delta t_m) / \ln(\Delta t_b / \Delta t_m)$. Это движущая сила теплопередачи, усреднённая по всей поверхности аппарата. Чем ближе Δt_b и Δt_m , тем ближе LMTD к арифметическому среднему.

1. Откуда берётся логарифм: вывод

Рассмотрим элемент поверхности dF . Через него передаётся теплота, пропорциональная местному напору $\Delta t = t_{гор} - t_{хол}$:

$$dQ = k \cdot \Delta t \cdot dF$$

dQ — теплота через элемент; k — коэффициент теплопередачи; Δt — местный напор

Эта же теплота меняет температуры сред. Записав балансы для обоих потоков и введя разность напоров, приходим к дифференциальному уравнению для Δt :

$$d(\Delta t) / \Delta t = -k \cdot (1/W_{гор} + 1/W_{хол}) \cdot dF$$

$W = G \cdot c$ — водяной эквивалент (расходная теплоёмкость) потока

Интегрируя от входа до выхода (левая часть даёт логарифм), получаем связь между напорами на торцах и полной поверхностью. После подстановки $Q = W \cdot \Delta t_{\text{потока}}$ и перегруппировки рождается рабочая формула:

$$Q = k \cdot F \cdot (\Delta t_6 - \Delta t_m) / \ln(\Delta t_6 / \Delta t_m) = k \cdot F \cdot \Delta t_{\ln}$$

$\Delta t_{\ln}$ — и есть среднелогарифмический напор LMTD

Знаете ли вы

Логарифм появляется именно из интегрирования экспоненциального спада напора. Если бы напор менялся линейно, среднее было бы арифметическим — но теплопередача делает его экспоненциальным.

2. Формула и знаки

$$\Delta t_{\ln} = (\Delta t_6 - \Delta t_m) / \ln(\Delta t_6 / \Delta t_m)$$

Δt_6 — большая разность температур на торце; Δt_m — меньшая

Правило простое: на каждом торце аппарата берут разность температур двух сред, из двух полученных чисел большее — Δt_6 , меньшее — Δt_m . Формула симметрична: неважно, прямоток это или противоток, важны сами разности на концах.

3. Числовой пример

Противоток: горячая 90→60 °С, холодная 20→50 °С.

$$\Delta t_6 = 90 - 50 = 40 \text{ °С} \quad \Delta t_m = 60 - 20 = 40 \text{ °С}$$

на обоих торцах разность одинакова

Когда $\Delta t_6 = \Delta t_m$, логарифм даёт неопределённость 0/0. Физически напор постоянен по всей длине, и LMTD равен этому же значению — 40 °С. Изменим выход холодной на 70 °С:

$$\Delta t_6 = 90 - 70 = 20 \text{ °С} \quad \Delta t_m = 60 - 20 = 40 \text{ °С}$$

$$\Delta t_{\ln} = (20 - 40) / \ln(20/40) = -20 / (-0,693) \approx 28,9 \text{ °С}$$

среднелогарифмический напор для несимметричного случая

Обрати внимание: арифметическое среднее дало бы 30 °С, а LMTD — 28,9 °С. Разница невелика, пока $\Delta t_6/\Delta t_m < 2$. При большом перекосе напоров расхождение растёт: арифметика завышает напор и занижает площадь — поэтому в точном расчёте всегда логарифм.

4. Поправка для сложных схем

Формула LMTD выведена для чистого прямо- или противотока. В перекрёстных и многоходовых схемах вводят поправку $F \leq 1$:

$$\Delta t_{\text{cp}} = F \cdot \Delta t_{\ln}, \quad F = f(P, R)$$

F находят по номограммам через параметры P и R схемы

$\Delta t_6/\Delta t_m$	LMTD/арифм. среднее	Когда допустима арифметика
1,0	1,000	всегда (напор постоянен)
1,5	0,993	да, ошибка < 1 %
2,0	0,980	на грани, для прикидки
4,0	0,910	нет, только логарифм

5. Частые вопросы

Почему нельзя взять просто среднее арифметическое температур?

Потому что температурный напор падает вдоль аппарата не линейно, а по экспоненте. Арифметическое среднее завышает движущую силу и занижает нужную площадь. Совпадение приемлемо лишь при $\Delta t_{\text{б}}/\Delta t_{\text{м}} < 2$.

Что делать, если $\Delta t_{\text{б}} = \Delta t_{\text{м}}$?

Формула даёт 0/0, но предел равен самому этому значению: напор постоянен по длине, и LMTD равен любой из разностей. На практике просто берут $\Delta t_{\text{ср}} = \Delta t_{\text{б}}$.

Зависит ли LMTD от того, прямоток или противоток?

Сама формула — нет, она работает с разностями на торцах. Но численно противоток даёт больший LMTD при тех же температурах, поэтому противоточный аппарат компактнее.

6. Глоссарий

Термин	Определение
LMTD	Log Mean Temperature Difference — среднелогарифмический температурный напор, движущая сила теплопередачи.
Температурный напор	Местная разность температур горячей и холодной сред, $\Delta t = t_{\text{гор}} - t_{\text{хол}}$.
Водяной эквивалент W	Произведение расхода на теплоёмкость, G·с, Вт/К — сколько теплоты меняет температуру потока на 1 К.
Поправка F	Коэффициент ≤ 1 , корректирующий LMTD для перекрёстных и многоходовых схем.



Не уверены в расчёте — спросите инженера

Онлайн-подбор, методики и таблицы: msmteplo.ru

Инженер-консультант онлайн: [задать вопрос](#)

Телефон: 8 (800) 302-58-75 · E-mail: zakaz@msmteplo.ru

МСМ-ТЕПЛО — устройство, расчёт и подбор теплообменного оборудования.

Наведите камеру телефона на QR — откроется онлайн-консультант.

Темы документа: среднелогарифмический температурный напор, LMTD, вывод формулы, поправка F, температурный напор